

1 Периоды по Колмогорову Академиком А. Н. Колмогоровым предложена такая структура истории математики: Период зарождения математики, достаточно большой фактический материал (примерно до 5 века до н.э.); Период элементарной математики, начинающийся в VI—V веках до нэ и конце XVI века («Запас понятий, с которыми имела дело математика до начала XVII века, составляет и до настоящего времени основу „элементарной математики“, преподаваемой в начальной и средней школе»); Период математики переменных величин, охватывающий XVII—XVIII века, «который можно условно назвать также периодом „высшей математики“»; Период современной математики — математики XIX—XX века, пришлось «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточной общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм». Середина 20 столетия - новый рубеж, появились компьютеры, новые разделы математики. Возможно: решать то, что нельзя было решать. (СЛАУ с бол. объемом дан., числ. методы реш. некоторых задач и т.п.) В математике нет понятия “современный”. Например, Абель, Галуа, и т.п. — хронологически первая половина 19 века, но работы современны и очень нужны. Чем дольше период человеческой истории, тем меньше мы о нём знаем. →	2 Древний египет Лондонский папирус 84 зад. (написан 1650 до нэ расшифр. Ринда Брит. музей) и Московский папирус с 25 зад.(1450 до нэ ВВ Струве музей им. Пушкина) Задачи в папирусах арифметические, геометрические и прикладны. В папирусах не позиционная десятичная иероглифическая система (свой символ на каждую десятичную единицу до 10⁴⁷, остальные числа образуются приписыванием с разных сторон от узлового числа других узловых чисел и повторением их.. Сложная арифметика: Умножение - повторное сложение(разложение 10x12= 12*2 +8*12 = 24+96=120); Алиquotные дроби (1/n) (таблица представления 2/n (n = 3-101) через сумму алиquotных дробей, k/n представляли суммами $\frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; спец. символы для $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$); Деление разложением на алиquotные дроби ($21/8 = 1 * 1/8 + 2 * 1/4 + 1/2 * 4 + \dots$) Площадь: треугольника (половина произведения основания на высоту, не общая формула), прямоугольника, трапеции, круга. ($\frac{1}{2} * d^2 * \frac{\pi}{4}$)² приближение (3,16) для $\frac{\pi}{4}$); Объём: цилиндра, объём усечённого конуса, параллелепипеда, правильной усечённой пирамид; Сумма геометрической прогрессии (7 домов 7 комнат, 7 кошек и т.д.); Пропорциональное деление; Поиск стороны прямоугольника(есть площадь некоторого прямоугольника и соотношение сторон – найти сторону) ВАЖНО: Формулы не доказывали! (как не почему) Математика только прикладная (вычисление зарплат и налогов), не алгоритмическая Достижение -- пирамиды. Пирамида Хеопса построена 27 веков до н.э. 146,5 метра - высота 230,2 метра – сторона 2,5 млн кубометров	3. Древний Вавилон Информация почерпнута из глиняных табличек (всего 200, 50 с математическим содержанием). Использовали 60-ти ричную позиционную СС без знака 0, цифры изображали клиньями: стоячий – единицы, лежащий 10-ки. Решали квадратные уравнения и задачи сводящиеся к кубическим и биквадратным уравнениям. Решали 10 видов уравнений типа ax=b, ax^2=b, x^3=a и даже простые системы. Умели находить сумму арифметической прогрессии и суммы других видов (квадратов, экспонент). Использовали дроби и таблицы квадратов, кубов и др. Вычисляли площадь круга по формуле $S = \frac{c^2}{12} (\pi=3)$. Имели таблицу Пифагоровых чисел и возможно знали саму теорему. Умели вычислять базовые операции с углами и тригонометрическими функциями. Вычисляли объемы прямолинейных фигур и более сложных – например корзины, остальные фигуры вычисляли через усреднения. Решали задачи на проценты.
4 Древняя Греция - элементарная математика (VI—V вв до нэ): греческое чудо Удобный алфавит. Источников о раннем периоде нет. Труды вел. ант. математиков: Евклида, Архимеда, Аполлония (IV - II в. до н.э.) Стремление доказывать математические факты (от как к почему). Основные достижения: Математика - целостная наука с методол., основ на четко сформулир. законах логики (гарантир. истин. выводов если истин. предпосылки); утв. математические модели ключ к пониманию законов природы и человек может их познать. Практические задачи (вычисления, геометр. измерения, построения) выделились в отдельную область - логистика: операции с целыми числами и дробями, решение задач, сводящихся к уравнениям 1-й и 2-й степени, практические задачи архитектуры, земледелия Фалес Милетский (624 --- 547 год до н.э). - главное -- вода. Умел: предсказывать затмения, вычислять высоту пирамиды по тени, вычислять расстояние до корабля от берега (пусть берег ровный, пусть встали напр. кор. отойдем в сторону на нек расст и поставим столбик, ещё отойдем затем двигаемся перпенд берегу, пока кор не встал в створе с колышком). Сформулировал математические утверждения, доказывал их. Формализ. Фалесом факты: диаметр делит круг пополам, вертик. углы равны, в равнобедр. треуг. углы при основ. равны, в равностор. треуг. все углы равны, равенство треуг.в по стороне и 2-м углам, Теорема Фалеса - на одной из двух прямых отложить послед. неск. равн. отрезков и через их концы провести парал. прямые, пересек. вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равн. отрезки. Пифагор Самосский (570-580 гг — 490-500 до нэ) - основа всего сущего - число. Числа по Пифагору: Четные/Нечетные. Совершенные(число = суммы своих множителей 6 = 1*2*3) Дружественные - сумма делителей одного равна другому и наоборот, напр. 220 и 284 Треугольные - 1+2+3+...+n = n*(n+1)/2 Квадратные - 1+3+5+...+(2n-1) = (2n-1 +1) * n /2 = n*n Пифагорейцы математика не прикладная науказанимались: планиметрия прямолин. фигур, док. теоремы Пифагора поиск пифагоровых чисел (a^2+b^2=c^2 нечет n, (n^2+1-1/2) →	5 Архимед(287 – 212 года до н.э.) Великий механик, физик, астроном, математик (прикладной). Нашел все правильные многогранники (Архимедовы тела). Дал геометрический способ решения кубических уравнений $x^2(a \pm x) = bc$ помощью пересечения параболы и гиперболы, при этом нашел в каких случаях они будут иметь различные и одинаковые действительные положительные корни. Вычислял площади и объемы с помощью вписанных и описанных фигур. Установил, что сфера и конусы с общей вершиной вписанные в цилиндр соотносятся как 1:2:3. Доказал, что площадь сегмента параболы, отсекаемого от неё прямой, составляет 4/3 от площади вписанного в этот сегмент треугольника. Вычислял объем шара и цилиндра описанного вокруг этого шара. Примерно вычислил отношение длины окружности к диаметру ($3\frac{1}{4} \leq \pi \leq 3\frac{10}{71}$). Имел много научных трудов: «О спиралях», «О коноидах и сфероидах», «О шаре и цилиндре» и др. В своих трудах не имел большой теоретичности и формализма. Страдал от греческой СС. С Архимедом связано несколько легенд. Считается, что закон Архимеда был открыт, когда ученому было дано задание об измерении объема короны царя Гиерона. Ещё одна легенда связана с царским кораблем, который никак не мог быть спущен на воду. Архимед придумал систему рычагов и спустил корабль одним движением руки. Другая легенда связана с обороной Сиракуз, когда Архимед выстроил солдат в форме параболы и они направили свои щиты в сторону вражеского корабля из-за чего тот загорелся.	6 Евклид (около 300 до н.э.) В своём основном труде “Начала” систематизировал математику с помощью обоснований, логических выводов и доказательств. Строго изложил результаты, математики III века до н.э., включающие три открытия: теорию отношений Евдокса, теорию иррациональных Тезтета и теорию пяти правильных тел. Начала – 3 книги: 13 томов. В книгах содержались определения, аксиомы и постулаты. Определения: точка – то, что не имеет частей, линия – длина без ширины. Аксиомы: часть меньше целого. Постулаты: 1) От всякой точки можно провести прямую. 2) Отрезок можно непрерывно продолжать по прямой. 3) Из всякого центра всяким радиусом может быть описан круг. 4) Все прямые углы равны между собой. 5) Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние односторонние углы, меньшие двух прямых углов, то, продолженные неограниченно, эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых углов. В 1 томе даются основные действия над геометрическими примитивами. Во 2 – геометрическая алгебра, способы операций с отрезками, площадями, объёмами. В 3 свойства вписанных и описанных углов, хорд, касательных, окружности. В 4 – о вписанных и описанных многоугольниках. В 5 – общая теория отношений и величин Евдокса. В 6 – теорема Фалеса, подобие фигур. В 7-9 – теория чисел (док-во что простых чисел OO много). В 10-ом изучение и классификация иррациональностей вида $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. 11 – стереометрия, 12 – соотношения объёмов тел, 13 – правильные многогранники. →

3	2	Период зарождения математики Системы счисления: Ряд натуральных чисел был конечен и исторически рос по мере надобности Систем счисления были сотни, в том числе: Простейшая система один-много «Калькулус» в переводе с латинского – камешки Счёт на пальцах (например до середины 30-х годов, цены на хлебной бирже показывали пальцами) Простая 5-ричная система счисления - одна/две руки + ноги (из лекций 2016) Непозиционные иероглифические системы счисления: Египетская, финикийская, старо-китайская, ацтекская, римская, старо-индийская, глаглица, кириллица, Позиционные системы счисления: Вавилонская (самая древняя), Индийская (о. Юкотан - Майя), Десятичная система счисления Замечание: «0» - появился примерно за 500 лет до нашей эры. Пример - Классическая ионейская система счисления: Каждую единицу замещали греческим алфавитом 1 – альфа, 2 – бетта, ... для каждого числа придумывали свой символ (и для 900), дописывали доп. значки, например, 1001 – это альфа с чертой. Немного сведений: Пифагор сделал из арифметики культ и считал, что только избранные (аристократия) могла этим заниматься. Архимед заложил основы интегрального исчисления. В середине первого тысячелетия, в Европе только монахи знали 4 действия арифметики и были способны вычислять интеграл (в смысле площадь)
В началах все док-ва геометрические, все величины как отрезки. Доказательства выполняются методом синтеза – от решения к условию.	5	Теор. чисел - общ сво-ва опер с нат. числ. Целые числа - основ универсал объекты, все операции только с ними. все должно быть отношениями целых чисел (т.е. рациональными числами). Кризис1 отношение диагонали квадрата к его стороне $\sqrt{2}$ не рац. число, (Протагор -- оставить только то, что можно измерить) иррац. позже, вместо этого исчисл. в геометр. форме - геометр. алгебра Первичные элементы отрезки. все операции на них (умножение квадрат, деление только, если делимое больше делителя, $x=ab/c$) геометр. построения осущ. только циркулем и линейкой без делений. нельзя решить: трисекция угл, удвоение куба, квадратура круга, приближение кривол. фигуры прямыми отрезками Кризис2 - понятие беск.. (беск. сумм. беск. малых величин, беск. вычитание, ...) К беск процессам приводил метод исчерпывания (по сути предел). Эта концепция была важным достижением, однако противореч. воззрениям о конечности Вселенной. Сейчас философы говорят о 2-х беск: Актуальная и Потенциальная Кризис3 - не знали отриц. чисел. отриц числа только в терминах алгебр. выражений для площадей квадратов и прямоугольников, например, квадрат разности). Гиппократ построил луночки, площади которых равнялись площадям криволин. фигур пытался сформ. начала математики. Эратосфен вычислил размеры Земли. Решето Эратосфена(прост числа). Диофант Арифметика в 13 книга (6) Архимед Основные достижения конические сечения, общие фор. для выч. площ. и объемов фигур, закон Архимеда, знач рі через периметры правильных многоугольников Аристарх Самосский основоположник тригон.

7 Древний восток Наибольшее значение в математики носили вычислительные и измерительные аспекты. Основным направлением был не поиск новых знаний, а передача и совершенствование греческих, в связи с чем большинство трудов, это комментарии к греческим текстам. В VIII веке Багдадской школой была предложена индийская позиционная система счисления. В арабской математики понятие дроби существовало наравне с натуральными числами. Были попытки введения десятичных дробей. Аль-Хорезми – популяризировал позиционные системы счисления. Использовал десятичную и шестнадцатеричную системы. Описал метод решения различных квадратных уравнений с положительными коэффициентами. Из-за отсутствия отрицательных чисел существовали несколько видов уравнений с правыми частями. Имел два основных труда “Об индийском счёте” и “Краткая книга об исчислении аль-джабра и аль-мукабалы” в которых были введены такие термины как “алгоритм” и “алгебра”. Омар Хайям – рассматривал алгебру, как науку об уравнениях. Пытался искать решения уравнений второй и третьей степени в виде общих точек конических сечений. Искал приближенные решения уравнений третьей степени. Делал попытки доказать пятый постулат Евклида. Насиреддин – построил первую систему плоской и сферической тригонометрии. Пытался доказать пятый постулат. Улугбек – Построил в Самарканде обсерваторию и университет. Составил таблицу синусов с точностью до девятого знака и с шагом в одну минуту. Меруни Аль-Каши – нашел итерационные решения уравнений 2 степени. Вычислил 16 знаков π, построив правильный многоугольник с числом сторон $3 \cdot 2^{28}$. →	8 Первые инстр. для счета- Абаки. Абák (или Калькулюс) – дощечка (в пер. покрытая пылью), из бронзы, дерева, слоной кости, по 3 столбца с делениями для дробей (3 штуки) и 7. И разделялись по сотням, десяткам и единицам. И изображались сотни десятки и единицы в форме специальных изображений («апексы»). (похоже на русские счёты) Абák — счётная доска, прим. для арифм. выч. приблиз. с IV века до н. э. в Древней Греции, Древнем Риме. Доска абака была разделена линиями на полосы, счёт осущ. с помощью размещенных на полосах камней или др. Впервые в Древнем Вавилоне ок. 3 тыс. до н. э. Доска, разграфленная на полосы или со сделанными углублениями. Счётные марки передвиг. по линиям или углублениям. В 5 в. до н. э. в Египте вместо линий и углублений стали использовать палочки и проволоку с нанизанными камешками. В Европе абак применялся до XVIII века. В Средние века абацисты, вели борьбу с алгоритмами — приверженцами методов алгоритмизации арифм. действий. В России счёты (аналог абака) появились в XVI - XVIII веке. Ацтекские счёты возникли приблиз. в X веке В странах Востока расп. китайский аналог абака — суаньпань или «цуань-пань» (появился в 6-м веке рамка, слева – земля – 5 кружочков, а справа – воздух – 5 кружочков) и японский — соробан, появился спустя 1000 лет после китайского Греческий абак Информация с 5 века до н.э. Панель из дерева или мрамора с камнями из дерева или металла. →	9 Логарифмы Идея логарифма появилась из-за практической потребности замены сложного умножения простым сложением и деления вычитанием. Таким образом и появилось понятие логарифма, позволяющее заменять такие сложные операции как возведение в степень простыми. Логарифмам предшествовала идея сравнения геометрической и арифметической прогрессий с целью сведения операций к более простым. Первые логарифмические таблицы были составлены швейцарцем Бюрги, причем основанием логарифма в таких таблицах было число $\sqrt[10]{1+10^{-4}}$. Из-за поздней публикации своих таблиц изобретателем логарифмов считается Джон Непер. Он опубликовал книгу содержащую логарифмы и тригонометрические функции (0-90 градусы с шагом 1 минута) с точностью до восьмого знака. Непер строил свои таблицы исходя из двух последовательностей, одна из которых убывает в арифметической, а вторая возрастает в геометрической прогрессии. Основанием неперовского логарифма было число 1/e. После смерти Непера, Бригг пришел к идее 10-ичного логарифма и опубликовал книгу содержащую таблицы десятичных логарифмов для целых чисел от 1 до 20000 и от 90000 до 100000. Пробел был заполнен голландцем Влакком. В 1620 Спейдель разработал таблицы натуральных логарифмов, а Николас Кауфман уже умел высчитывать логарифм от $1+x$ через разложение в ряд: $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$
10 Логарифмическая линейка основной инструмент инженеров, конструкторов, и т.п. Позволяла: складывать, делить, умножать, вычитать корни, возводить в степени, высчитывать логарифмы, решать системы уравнений. Первые логарифмические линейки были сделаны проф. Гюнтером Эдмунд Гюнтер (1581 – 1626) Оксфорд. Разработал логарифм. шкалу, являющуюся первым вариантом ныне распротр. логариф. линейки. Эдмонд Гюндер, разработал термины log, cos, ctg. Он же, а кроме него Кеплер и др. составлял таблицы логарифмов чисел и тригонометрических функций, как десятич. так, и натур.,. Использовал их в астрономии. В 1624 некий Edmund Wingate опубликовал его результаты в Париже. На дощечке наносил логарифмы чисел, затем измерительным циркулем измерял расстояния - разности и суммы. Потом были инструменты Отреда и Деламейна Уильям Отред (1575 – 1660) (священник) Отред из Кембриджа изобрел удобную для пользования логариф. линейку, предложив использовать две одинаковые шкалы, скользящие одна вдоль другой. 1630 год — он и его ученик Ричард Деламейн создают круговую логарифмическую линейку. Результаты не публикуют. Саму идею логариф.й шкалы ранее опубликовал ваплице Эдмунд Гюнтер, но для выполнения вычислений эту шкалу нужно было тщательно измерять двумя циркулями. Двойная шкала Отреда сразу давала результат. В 1662 году Сет Партридж изобрёл бегунок и визир, современный вид логариф. линейки. Отред изобрёл также компактную круговую логарифм. линейку, которая получила некоторую известность и вызвала ряд подражаний. В окончательном виде круговая линейка Отреда имела десять шкал и позволяла умножать, делить и находить значения нескольких тригонометрических функций. Между Гюнтером и Отредом была междоусобица по поводу первенства между ними. Сейчас считается, что изобретение принадлежит обоим, и что они пришли к нему независимо друг от друга. Оба использовали обычный и круглый варианты линейек. Отред прожил 85 лет, он был роялист, когда он узнал о реставрации королевской власти (приход Карла IV), скончался. →	11 Машины Шиккарда, Паскаля, Лейбница Шиккард – профессор кафедры восточных языков Тюбингенского университета. В письме Кеплеру писал, что сумел сделать “Часы для счёта” – устройство, которое умело складывать, вычитать, умножать и делить. Машина Шиккарда состояла из трех частей: суммирующее устройство, множительное и механизм для записывания промежуточных результатов. Первое из них представляло раннюю разновидность арифмометра, построенного на зубчатых передачах. На параллельных осях (их было 6) насаживались по одной десятизубой и однозубой шестерне. Последняя служила для того, чтобы передать шестерне следующего разряда толчок, поворачивающий ее на 0.1 оборота, после того как предыдущая шестерня сделает полный оборот. Техническое оформление машины позволяло видеть в окошках, какое число набрано в качестве первого слагаемого и последующие результаты, вплоть до итогового. Деление выполнялось как повторное вычитание делителя из делимого. Для умножения на 6 параллельных осях насаживались цилиндры, на каждый из которых наворачивалась таблица умножения. Перед цилиндрами устроена панель с девятью рядами окошек, каждый ряд открывается и закрывается специальной фигурной задвижкой. Третья часть машины состояла из шести барабанов с нанесенными на них цифрами и соответственно из панели с шестью окошками. Первая машина Паскаля была разработана в 1642 году и называлась “Часы Паскаля”. У машины Паскаля была 10-зубая ось, на которой был ещё один дополнительный зуб. Две 10-ти-зубых оси входят в зацепление одна за другой, у каждой оси – 10 устойчивых положения. Для сложения – достаточно просто крутить одно колёсико, которое повернёт другое. →	12 Зарождение математики переменных величин (Декарт, Ферма) Рене Декарт (1596 - 1650). Цель - разработка общего математического подхода к изучению естествознания. “Геометрия”(1637) году, он объединил алгебру и геометрию. откуда - аналитическая геометрия. Впервые понятие переменной величины. Декарт освободил от ограничений (в геометр. смысле), связанных с размерностью величин Система координат. Систему координат Декарт воспринимал в двойном виде. Первый вид похож на беговые дорожки, где отмечены расстояния. где есть система привязок к некой траектории, второй же вариант мы называем декартовой системой координат. Декарт использовал только первую четверть. В его системе координат не было даже оси Y, только ось X. Пространственных координат еще не было. Декарт считал допустимыми только те прямые, которые рисуются только циркулем и линейкой, шарнирным механизмом. Классификация кривых: ранг кривой, опр. количеством звеньев шарнирного механизма, которым можно ее нарисовать, остальные кривые - механические (Лейбниц трансцендентные). Первая попытка классификации кривых. Предполагал уравнения n-й степени n корней. Предполагал, количество полож. корней ур. соотв.т числу знаковперемен (минус чётное число). Ур-я 3, 4 степени реш. тригоном. методами, исп. метод, аналог. методу вставки в трисекции угла. Вве удобные обозначения +, -, = и ·. у²2 Неизвестные x, y, z, известные — a, b, c. Пьер Ферма “Введение в теорию плоских и пространственных мест”(1679). Здесь уже содержатся уравнения $y^2 = mx, \quad xy = k^2, \quad x^2 + y^2 = a^2, \quad x^2 \pm a^2 y^2 = b^2$ прямыx линий и кон. сечений относ. перпендик.х осей. Общие уравнения 2-го порядка и сводит их сдвигом и поворотом осей к канон. виду. Простран. координаты у Ферма еще не было, но он изучает →

9	На острове Salamis в 1946 году раскопали абак 300 года до н.э. - древнейший абак из найденных до сих пор. Плита из белого мрамора 149x75x4.5 см, на которой было 5 групп маркеров. В центре плиты располагались 5 парал. прямых, перес. верт. прямой. Под этими линиями - трещина, а под ней - ещё 11 парал. линий, снова перес. верт. прямой. Третий, шестой и девятый ряды помечены крестами. Римский абак Нормальным методом счёта в Древнем Риме было передвижение счётчиков по плитке. Изначально для этого использовались камешки "Calculi". Прямые разделяли единицы, пятёрки, десятки. В 1 веке до н.э. Гораций описывает восковой абак - доску, покрытую чёрным воском, на которой была нанесена разметка стилусом. Одна из раскопок римских счёт относится к 1 веку н.э. Она содержит 8 длинных желобов для 5 бусин и 8 для 1 бусины. Они предназначались соответственно для отсчёта десятков и пятёрок. Число 264 можно было представить как $2 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 5 + 4 \cdot 1$ -- почти как в римской системе. Сильвестр II (лат. Silvester PP. II), Гёрберт Орильясский (Авриллский) — средневековый учёный и церковный деятель, папа римский со 2 апреля 999 по 12 мая 1003. Популяризировал арабские научные достижения в математике и астрономии в Европе. Возродил использование абак, армиллярной сферы и астрологии, забытые после падения Римской империи. Научные занятия в сфере квадривия. Основное достижение - изучение арабской десятичной СС без нуля и её применение. Восстановил абак Римской империи, и усовершенствовал его на основе арабских математических достижений.	Индия — создание современной десятичной системы счисления. Были разработаны полные алгоритмы всех арифметических операций, включая извлечение квадратных и кубических корней. Индийцы использовали отрицательные числа вкладывая в них понятие долга. Ариабхаты — множество решений вычислительных задач. Брахмагупта — учение об арифметической прогрессии (известное правило её суммирования) и решение квадратных уравнений, имеющих действительное решение.
пересечения поверхностей плоскостями. Ферма и Паскаль - основатели теории вероятностей. В 1654 году они установили ряд основных положений теории вероятностей на примере азартных игр. Ферма сформулировал теорему Ферма. Ферма их не доказывал, вернее нет сведений об этом. Великая Теорема Ферма: $x^n + y^n = z^n$ не имеет решений в целых числах при $n > 2$. Доказательство для $n=3$ было получено лишь Эйлером. Умел решать задачи на отыскание экстремумов, построение касательных. В наших обозначениях он получил условие экстремума $f'(x)=0$ и выражение для подкасательной $S=f(x)/f'(x)$. Ввел зачатки аналит. геометрии. Ферма показал, что прямым соответствуют уравнения первой степени, коническим сечениям — второй, причём приводил к каноническому виду. В XVII веке многие крупные ученые проводили исследования, относящиеся к анализу бесконечно малых: Кеплер, Галилей, Кавальери, Торричелли, Паскаль, Валлис, Ферма, Декарт, Барроу. Они подготовили основу, на которой в конце века Ньютон и Лейбниц создали, независимо друг от друга дифф.е и интегр. исчисление. Смысл бесконечно малой еще не был ясен в то время. Под ней понимали неизменяющуюся величину, не равную нулю, но меньшую любой конечной величины (актуально бесконечно малая). К пониманию бесконечно малой как к переменной величине, которая в процессе своего изменения становится меньше любой конечной величины, математика придет значительно позже.	Было колесо с одним зубом — считающее десяти. Умножение — повторное сложение. Вычитать — не получалось так просто, поэтому Паскаль использовал дополнительный код. На стенке машины были выбиты таблицы дополнительных кодов. Машина могла работать с числами до 6-ти десятичных разрядов. Всего было выпущено 50 машин. Готфрид Лейбниц считал основным недостатком машины паскаля реализацию умножения, как последовательного сложения. В машине Лейбница умножение было автоматизировано, с помощью ступенчатого валика. Строительство машины было начато в 1676 году, и после нескольких усовершенствований, завершено в 1694 году. Всего выпущено около 1000 машин.	Роберт Бесакер в 1654 г. придумал линейку, очень похожую на нынешнюю (т.е. ту, которая была 30 лет назад). Была ещё спиральная линейка. Дж. Уатт также усовершенствовал линейку в 1779, разработав удобное расположение логарифмических шкал для универсального использования. В России появилась линейка в 1837, тогда как первые разработки были в 1620. Ньютон пользовался линейкой для решения СЛАУ, количество линеек пропорционально количеству шкал. Прозрачная планка с риской — идея Ньютона.

13 Теория Флюксий Ньютона Для удобства физических расчетов Ньютон разработал теорию флюксий – аналог современного интегрирования и дифференцирования. Флюксия - производную, а флюэнта - первообразную. В методе флюксий изучаются переменные величины, вводимые как абстракции различных видов непрерывного механического движения. Называются они флюентами, т.е. текущими. Все флюенты являются зависимыми переменными; они имеют общий аргумент - время, некая воображаемая абстрактная равномерная величина, к которой отнесены флюенты. Флюксиями Ньютон называл скорости течения флюент, т.е. производные по времени. Так как флюксия - переменная, то можно вводить флюксию от флюксии и т.д. Для вычисления мгновенных скоростей - флюксий потребовались бесконечно малые изменения флюент, названные Ньютоном моментами и обозначаемые символом <i>O</i>. По существу момент флюенты - это ее дифференциал -- Oy (dy). Две задачи: Определение скорости движения в данный момент времени по заданному пути. Иначе: определение соотношения между флюксиями из заданного соотношения между флюентами. По заданной скорости движения определить пройденный за данное время путь. В математических терминах: определить соотношение между флюентами по заданному соотношению между флюксиями. Первая задача - задача дифференцирования, вторая - задача интегрирования. Стоит отметить, что Ньютон не доказывал корректности своих математических вычислений – они были не строгими.	14 Ньютон Закончил бакалавриат Trinity-колледжа в 1665 году. После получения степени магистра под руководством Барроу стал заведовать кафедрой математики. Имел звание дворянина и был почетным членом парижской академии наук. Ньютон получил результаты в механике, физике, астрономии и математике. Он сформулировал три основных закона механики, установил фундаментальный закон всемирного тяготения. Строго математически из закона тяготения вывел законы движения планет вокруг Солнца, установленные Кеплером опытным путем. Дал объяснение приливов, заложил основы теории движения Луны, решил задачу двух тел для сфер. В физике он получил основополагающие результаты о распространении световых волн, исследовал интерференцию и дифракцию, открыл дисперсию света и хроматическую аберрацию. К основам интегрального и дифференциального исчисления пришел при разработке математического аппарата механики. Ньютон обобщил понятие бинорма и пришел к биномиальному ряду. Соавтор теоремы Ньютона-Лейбница. Используя ее решает задачу определения кривой, площадь которой задается с помощью конечного уравнения. В своем основном труде – “Математические начала натуральной философии” он строит своеобразную теорию пределов. Работая над теорией “пределов” приходит к пониманию бесконечно малой в современном смысле. Одновременно с Лейбницем получил связь дифференцирования и интегрирования. Математический аппарат Ньютона это не цель, а средство.	15 Лейбниц Учился в Лейпцигском и Йенском университетах. Основал Берлинскую академию и научный журнал в Лейпциге. В 18 лет написал магистерскую диссертацию, но ему не дали степень. В 20 получил докторскую степень по праву. Первые идеи дифференциального исчисления изложил в журнальной заметке. Лейбниц мыслил в терминах характеристического треугольника (dx, dy, ds), ранее встречавшегося в работах Паскаля и Барроу. Дифференциал аргумента dx Лейбниц понимает как бесконечно малую разность. Дифференциал функции dy определяется из соотношения: $ds = \frac{y}{x} dx$, где S_x – подкасательная. Разработал правила дифференцирования суммы, произведения, частного, степени. Получил условие dy=0 для экстремальных значений функции и $d^2y=0$ для точек перегиба. В статье “О глубокой геометрии”, привел правила интегрирования. Представлял интеграл как сумму “всех” ординат, которых бесконечно много, а также ввел его современное обозначение. Получил формулу многократного дифференцирования произведения функций. Символика и термины Лейбница дошли до наших дней. Лейбниц ввел термины: дифференциал, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальное уравнение, функция, координаты, переменная, постоянная и др. Получил разложение в бесконечный ряд для числа π. Установил связь между дифференцированием и интегрированием – не доказывал, но предполагал. Придумал правило Крамера. Разработал свою вычислительную машину, как улучшение машины Паскаля.
16 Леонард Эйлер (1707-1783) С ним занимался персонально Иоганн Бернулли. В 18 послал труд о расположении мачты на корабле в Парижскую академию наук, хотел на кафедру физики. Его не взяли из-за возраста - 18 лет. Пришел только положительный отзыв. В 1727 году его пригласили в Россию братья Бернулли, и он приехал на кафедру физиологии в тот день, когда скончалась Екатерина I. Каждую математическую проблему получал из практической задачи. Эйлер имел работы в таких областях как математика, механика, астрономия, медицина, морское дело, баллистика, артиллерия, финансовое дело, музыка, горное дело, теория музыки, картография, страховое дело. Под словом “функция” Эйлер понимал понятие, с которым можно было бы оперировать. В то время, как Декарт функцию понимал, как “соответствие”. Эйлер начал искать числ. методы решения дифф. уравнений, даже первого порядка. Эйлер исследовал бета и альфа функции. Ввел понятие двойного интеграла и записывал определ. интеграл похожим на наш образом. Ввел понятие обыкновенных дифф. уравнений. Предложил классический метод решения лин. дифф. уравнений с пост.коэффициентами – с помощью подстановки Эйлера ($y = e^{kx}$), где k – корень харак. ур-я). А если ещё и кратные корни, то тогда и $x^k 2^e^{kx}$. Эйлер исследовал уравнения Риккати (что при 2-х частных решениях, решение можно свести к квадратурам). Эйлер решил навести порядок в теории дифф. уравнений и в книгах обобщил всё, что было известно в науке к тому моменту. Предложил «метод ломаных Эйлера» для приближенного реш. дифф. ур. - когда решение в каждой следующей точке находится через решение в пред. точке. Сейчас этот метод используется для доказательства сущи и едо решения диффура. Решал нелинейные уравнения, Показал, что нелин. ур. может быть сведено к ур. линейному, хоть и Большого порядка. →	17 Чарльз Бэббидж По окончании школы учился в академии Энфилда, где знакомится с книгой “Руководство Уорда для юных математиков”, которая прививает ему любовь к математике на всю жизнь. В 1811 году Чарльз становится студентом Тринити Колледжа Кембриджа. Бэббидж очень быстро обошел своих преподавателей по знаниям поэтому вместе с друзьями основал “Аналитическое общество” для изучения современных течений в математике. В 1816 году обществом был опубликовали переведенный на английский язык «Трактат по дифференциальному и интегральному исчислению», а в 1820 году опубликовали два тома примеров, дополняющих этот трактат. В 1812 году Бэббидж перешёл в колледж Св. Петра, где получил степень бакалавра. В 1820 году он стал членом Королевского Общества Эдинбурга и Королевского Астрономического Общества. В 1827 году он стал профессором математических наук в Кембридже, и занимал этот пост в течении 12 лет. После того, как он покинул этот пост, большую часть своего времени посвятил делу его жизни - разработке вычислительных машин. Основными результатами инженерной и социальной деятельности Чарльза Бэббиджа являются: спидометр и тахометр, поперечно-строгальный и токарно-револьверный станки, реформа почтовой системы Англии (единый почтовый сбор), работы в области страхования, офтальмоскоп, сейсмограф, устройство для наведения артиллерийского орудия. Основными научными результатами: работы в теории функционального анализа, шифровании, проверка формул для простых чисел и др. Главными достижениями Чарльза Бэббиджа являются идеи создания разностной и аналитической машины.	18 Бэббидж заинтересовался конвейерной системой вычислений - заменить последний этап ручных вычислений, механической машиной Были машины для простых алг. операций Идея специализированного вычислительного устройства, заточенного под создание таблиц и позволяющих фиксировать результаты проведенных вычислений на бумаге. Разностная машина предназначалась для вычисления значений полиномов (функций кот. можно припл. полином.) в точках. Идея: пусть надо выч. зн-ия ф-ии $f(x) = N^3$. Нетрудно составить следующую таблицу: { 1 1 7 12 6; 2 8 19 18 6; 3 27 37 24; 4 64 61; 5 12} [арг, зн-е, разн1,разн2,разн3} Третьи разницы совпали. Если функция является многочленом n-ой степени, то в таблице с постоянным шагом (в нашем примере шаг равен единице) её n-е разности постоянны. Чтобы найти последующие значения функции, необходимо сложить все разности до третьей с текущим (читай по диагонали) значением функции. Бэббидж предполагал вычислять функции с постоянными шестыми разностями. Для этого машина должна была иметь семь регистров — по регистру для каждой разности и один для результата, и результат = семи сложенных. Каждый регистр - набор из восемнадцати десятичных счетных колёс. Вычисление два этапа: сложение без учёта переноса, второй сложение с переносом от младшего разряда к старшему (последовательный перенос). Такая схема переноса требует последовательного сложения всех разрядов с учётом переноса, который мог возникнуть на предыдущей ячейке. Для табулирования логариф., тригон. и прочих функций, таблицу предполагалось разбивать на участки, каждый из которых приближался своим многочленом. Перехода →

15	14	13
от одного участка к другому, оператор должен был вручную изменить значения разностей. Также разн. машина была снабжена печатающим механизмом, который запечатлевал результат на медной пластине. В 1823-м году он получает финансирование от правительства, начинает работу над машиной, которая смогла бы табулировать функции с постоянными шестью разностями с точностью до двадцатого знака. только к началу 1833 года удаётся закончить и испытать часть машины, которая может табулировать с точностью до пятого знака многочлены с постоянными вторыми разностями. Однако, из-за значительных экономических трудностей Беббидж оказался не в состоянии продолжить работу над машиной. В 1834 году выходит статья доктора Дионисия Ларднера «Вычислительная машина Беббиджа», в которой весьма подробно описывается принцип и устройство машины. Эта статья побудила двух шведов — Георга и Эдварда Шютца (отца и сына) к созданию своей собственной машины. К 1854 году Шведы успешно заканчивают её создание. Демонстрация машины состоялась на всемирной выставке в Париже 1855 году, и Беббидж всячески приветствовал эту демонстрацию. Его сын Генри подготовил плакаты, поясняющие работу машины. Сам Беббидж так и не смог довести свое детище до конца.	17	Открыл науку “вариационного исчисления”. Первым дал метод решения вариационных задач – «общее решение изопараметрической задачи, поставленной в самом широком смысле». Дифф. геометрия: геодезические линии, о выпуклых многогранниках (если имеется вып.многогранник и в непрерыв. перемещении из него можно сделать выпуклый, то сложив количество граней, ребёр и вершин, получим отн. ребра + грани – вершины = 2). Эйлер придумывал формулы для нахождения простых чисел: $x^2 + x + 41$ – от нуля до 40 будут получаться только простые числа $x^2 - 79x + 1601$ – от нуля до 78 – всегда будут получаться только простые числа. И доказал, что такой общей формулы быть не может. Ввёл прямоугольные и косоугольные координаты. Классиф. кривые по порядку уравнений. Считал суммы рядов и придумывал формулы по улучшению сходимости рядов. Эйлер открыл ряд новых видов рядов (ряды Фурье). Открыл условия Коши-Римана (вместе с Даламбером) Вывел формулу Мувра. 1783 г. Леонард Эйлер умер в Петербурге. Англичанин Кандорце сказал, что «Леонард Эйлер кончил вычислять и умер» (т.к. Эйлер умер за рабочим столом).

19 <u>Аналитическая машина Бэббиджа</u> Основным недостатком разностной машины была необходимость ручного разбиения сложных функций на участки и при переходе от полинома к полиному ручного переписывания данных в регистрах. Бэббидж пришёл к выводу, что можно построить машину, которая бы сама меняла значения исходных регистров в зависимости от значения результата. Для этого алгоритм машины должен задаваться извне, а сама машины должна уметь выполнять все арифметические операции, а также управлять ходом выполнения вычислений. Основными частями Аналитической машины являлись: «склад» — устройство для хранения чисел, то есть память в современной терминологии; «мельница» — устройство для выполнения арифметических действий (Арифметическое устройство); устройство, управляющее операциями машины; устройства ввода и вывода; Как и в разностной машине, регистры, хранящие числа, представляли собой зубчатые колёса. Знак числа задавался отдельным зубчатым колесом. Если данное колесо отображало чётное число, то это интерпретировалось как положительный знак, иначе как отрицательный. Операции умножения и деления предполагалось реализовать как последовательные сложения или вычитания. Для ввода данных в память и управлением работой машины, Бэббидж задумал использовать перфокарты. Аналитическая машина использовала два механизма с перфокартами — один механизм задавал операции, которые должна была выполнять мельница, второй же управлял переносом данных между «мельницей» и «складом». →	20 Августа Ада Лавлейс родилась 10 декабря 1815 года. дочь поэта Джорджа Гордона Байрона (1788 — 1824) Изучение математики под влиянием матери. Её учитель Август де Морган. 1834 год знакомство Чарльзом Бэббиджем, создателем первой цифровой вычислительной машины с программным управлением, названной им „аналитической“. В октябре 1842 года была опубликована статья Менабреа, и Ада занялась её переводом. План и структуру примечаний они выработывали совместно. Закончив очередное примечание, Ада отсылала его Бэббиджу, который редактировал его, делал различные замечания и отсылал. Работа была передана в типографию 6 июля 1843 года. Центральным моментом работы Лавлейс было составление программы вычисления чисел Бернулли. В комментариях Лавлейс были приведены три первые в мире вычислительные программы, составленные ею для аналитической машины Бэббиджа. Самая простая из них и наиболее подробно описанная — программа решения системы двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными. При разборе этой программы было впервые введено понятие рабочих ячеек (<u>рабочих переменных</u>) и использована идея последовательного изменения их содержания. От этой идеи остается один шаг до оператора присвоения — одной из основополагающих операций. Вторая программа была составлена для вычисления значений тригонометрической функции с многократным повторением заданной последовательности вычислительных операций; для этой процедуры Лавлейс ввела <u>понятие цикла</u> — одной из фундаментальных конструкций структурного программирования. →	21 Николай Иванович Лобачевский (1792 — 1856 год). В 1816 году стал профессором, потом деканом физ-мата затем ректором (после Магницкого) Казанского университета. 3 августа 1811 г. Лобачевский получил степень магистра. Учитель Бартельс, Представив два научных исследования по механике, алгебре, он был ранее срока в 1814 г. произведен в адъюнкт-профессоры (доценты). Спустя 2 года экстраординарный профессор, и в 1822 году ординарный. Геометрия Лобачевского (гиперболическая геометрия) одна из неевклидовых геометрий, геометр. теория, основ. на тех же основных посылах, что и обычная евклидова геометрия, за исключением пятого постулата Евклида о параллельных, которая заменяется на аксиому о параллельных Лобачевского. Пятый постулат Евклида о параллельных гласит: через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, лежащая с данной прямой в одной плоскости и не пересекающая её. В геометрии Лобачевского, вместо неё принимается следующий постулат: через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие её. В 1826 году, доклад на тему «Изложение начал геометрии с точным доказательством теоремы о параллельных». Затем, Лобачевский в работе «О началах геометрии» (1829), первая печатная работа по неевклидовой геометрии, ясно заявил, что V постулат не может быть доказан на основе других посылок евклидовой геометрии, и что допущение постулата, противоположного постулату Евклида, позволяет построить геометрию столь же содержательную, как и евклидова, и свободную от противоречий. Одновр. и незав. к анало. выводам пришёл Янош Бойяи, а Карл Гаусс пришёл к таким выводам ещё раньше→
22 Петербургская математическая школа Михаил Васильевич Остроградский (1801 - 1861) Научные интересы - математическая физика, проблемы естествознания. Быстро написал работу по вычислениям интегралов, она привлекла внимание Коши. В 1825 году писал о движении жидкости на поверхности цилиндра. В 1830 году он избирается в Академию наук Быстро стал членом римской, парижской и американской академии наук. Занимался прикладными проблемами — артиллерия, баллистика... Он разрабатывает мат. вопросы в разл. областях естеств.: теории тепла, распространении волн, колебании упругих сред, теории неупругого удара. Значительными достижениями были обобщение вариационного принципа наименьшего действия Гамильтона для материальных систем (принцип Остроградского - Гамильтона), а также установление необходимых условий экстремума функционала для функций многих переменных (уравнения Эйлера - Остроградского). В связи с задачами математической физики фунда. результаты в мат. анализе: формула преобразования интеграла по объему в интеграл по поверхности, формула Гаусса - Остроградского. В инт. исчисл. широко используется правило Остроградского интегрирования правильных рац. дробей P(x)/Q(x). Остроградский ввел в математику правило замены переменных в кратных интегралах. Дал строгое решение задачи о распространении тепла в жидкости. 1834 — Мемуар об исчислении вариаций кратных интегралов. Переход от n-кратных к (n-1)-кратных интегралам. →	23 Разрешимость алгебраических уравнений Иоганн Карл Фридрих Гаусс (1807-1855) - немецкий математик, астроном и физик, «король математиков». В возрасте 6-7 лет вывел формулу суммы арифметической прогрессии. Основной проблемой алгебры того времени были системы уравнений 2,3 и 4 степени. Гаусс доказал, что уравнение n-ой степени имеет n корней (основная теорема алгебры), за что получил докторскую степень в 19 лет. Открыл кольцо целых комплексных гауссовых чисел, создал для них теорию делимости и с их помощью решил немало алгебраических проблем. Указал знакомую теперь всем геометрическую модель комплексных чисел и действий с ними. Первым построил основы неевклидовой геометрии и поверил в её возможную реальность. Утверждал, что если такое число n - простое – то его можно построить с помощью циркуля и линейки. Завершил теорию построения правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки. Для минимизации влияния ошибок измерения использовал свой метод наименьших квадратов. Исследовал нормальный закон распределения. Абель(1802-1829) — пытался найти формулу для решения уравнений выше 4-й степени, получил отрицательный результат. Доказал, что не существует общих формул для нахождения общих решений выше 4 для произвольных уравнений. Доказал, что если уравнение алгоритмически разрешимо, то его корню всегда можно дать такой вид, что все алгебраические функции, из которых он составляется, выражаются через рациональные функции корней данного уравнения. Обнаружил признак сходимости рядов Абеля. →	24 Огюстен Луи Коши(21.08.1789 - 23.05.1857) Член Парижской академии наук, разработал фундамент математического анализа и внёс огромный вклад в анализ, алгебру, математическую физику и многие другие области математики. Коши написал 789 работ, полное собрание его сочинений содержит 27 томов. Коши был “современным математиком” — значительную часть работ уделял строгим формулировкам и доказательствам. Впервые дал строгое определение основных понятиям мат. анализа — пределу, непрерывности, производной, дифференциалу, интегралу, сходимости ряда и т. д. Ввёл понятие радиуса сходимости ряда. На систематической основе использовал понятие предела, на котором и построил теорию анализа, тем самым строго его обосновав. Ввел понятия абсолютной сходимости. Дал свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак сходимости Коши для знакопостоянного ряда — $\sqrt[n]{u_n} \leq q$. Утверждал, что сходящийся ряд непрерывных функций — есть непрерывная функция, ошибка была исправлена Абелем. Представил метод решения системы уравнений в частных производных в незавершенном виде. Много работал в области комплексного анализа, в частности, создал теорию интегральных вычетов. В математической физике изучил краевую задачу с начальными условиями — «задача Коши». Стандартизировал понятие “непрерывности функции”. Ввел новые приемы дифференцирования и интегрирования уравнений. Утверждал, что есть область сходимости степенного ряда ограничена. Коши был первый, кто заговорил о существовании и единственности решения каких-либо задач. Главная заслуга Коши:приведение в порядок Мат. анализа.

Лобачевский строил свою геометрию, отправляясь от основных geometr. понятий и своей аксиомы, и доказывал теоремы geometr. методом., как это делается в геометрии Евклида. Основой служила теория паралл. линий. Все теоремы, не зависящие от аксиомы о паралл., общи обеим геометриям и образуют так называемую абсолютную геометрию Если в геометрии Лобачевского возникало противоречие, то такое же было и в обычной геометрии, т.е. геометрия Лобачевского не была противоречивее, чем обычная геометрия. Лобачевская не нашёл объектов, в евкл. пространстве, где работала бы его геометрия (нашли после его смерти, например, «трактриса»). Трактриса имеет кривизну $-1/a^2$ – постоянная (как у сферы), но отриц. («псевдосфера»), она не повсюду регулярная. Только в 1901 году, Гильберт доказал, что поверхности типа Бельтрами (с пост. кривизной) – не могут быть всюду регуляр. (т.е. обязательно имеют некоторую особенность) Не смог найти практ. прим. но смог в своем пространстве найти зн-я 200 труд. интегралов Результаты Лобачевского исполн.: Фридман решил ур-я Эйнштейна => вселенная расшир.. Лобачевский занимался рядами, занимался вычислением интегралов, предложил новый численный метод решения алг. уравнений: решение алг. уравнения методом Лобачевского (берём уравнение – корни различны, некратны и есть, после этого f_1 – уравнения для квадратов уравнений, f_2 – уравнение для квадратов корней f_1, ... суть в том, что с итерац. и корни всё больше и больше разделяются, после этого есть схема по нахождению корней) Лобачевский функция это соответствие. Есть зависимость, хотя она может быть неизвестной. Лобачевский первым объявил, что непрерывные и дифф. функции нужно отличать. Дифф. функции Лобачевский называл непрер. и, а непрер. – постепенными.	В третьей программе, предназначенной для вычисления чисел Бернулли, были уже использованы рекуррентные вложенные циклы. В своих комментариях Лавлейс высказала догадку о том, что вычислительные операции могут выполняться не только с числами, но и с другими объектами, без чего вычислительные машины так бы и остались всего лишь мощными быстродействующими калькуляторами.	Устройства вывода позволяли выводить на печать в результате вычислений машины в одной или двух копиях, воспроизводить в виде стереотипного отпечатка или пробивать результат на перфокартах. После смерти Чарльза Бэббиджа, его сын, Генри, занялся аналитической машиной, решив сосредоточиться на двух узлах — «мельнице» и печатающем устройстве. В 1888-м году были готовы данные узла машины, которые смогли вычислить и напечатать произведение на числа натурального ряда с 29 знаками. При вычислении 32-го члена машина выдала неверный результат из-за сбоя в механизме переноса.
24	Интегрировал сложные функции, занимался теорией эллиптических и гиперэллиптических интегралов. Исправил ошибку Коши в критерии равномерной сходимости. Доказывал, что сумма степенного ряда внутри круга сходимости непрерывна Эварест Галуа (1811-1832 год) – занимался теорией групп (с каждым уравнением увязывал группу, связал разрешимость уравнения с разрешимостью группы). Обобщил результаты Абеля. Галуа доказал, что для всякого уравнения $P_n(x) = 0$ можно в той же области рациональности найти некоторое уравнение $Q(x) = 0$, называемое нормальным. Нормальное уравнение - это уравнение, обладающее тем свойством, что все его корни рационально выражаются через один из них и элементы поля коэффициентов. Все подстановки корней нормального уравнения образуют группу G (группу Галуа). Таким образом Галуа связал с каждым уравнением группу подстановок его же корней. Он же ввел термин "группа" – адекватное современному. Чтобы разрешимость уравнения в радикалах имела место, необходимо и достаточно, чтобы соответствующая группа Галуа была разрешима.	Соратник Остроградского Виктор Яковлевич Буняковский (1804 - 1889) Получил в Париже степень доктора он избирается академиком в россии, а с 1864 года до своей смерти является вице - президентом Академии наук. Изучал диафантов анализ, учения простых чисел, более 20 работ по теории вероятности, более 40 работ по теории чисел, многочисленные работы по математическому анализу. Он создал первый русский учебник "Основания математической теории вероятностей", изданный в 1846 году. Сходимость рядов, их свойства, в анализе - неравенство Буняковского для интегралов (Буняковского-Шварца, Шварцем было открыто независимо через 16 лет) $\int_a^b f(x)g(x)dx \leq \left(\int_a^b f^2(x)dx \right)^{1/2} \left(\int_a^b g^2(x)dx \right)^{1/2}$ Проблема демографии, народонаселения. Его называют первым демографом, т.к. он применил в нашей стране (впервые) теорию вероятности к подсчёту населения страны. Геометрию Лобачевского Буняковский вообще не считал сколь-нибудь серьёзной (как и Остроградский), даже для критики, хотя сам написал целую книгу о 5-м постулате.

25 <u>Становление современного математического анализа</u> Бернард Больцано – чешский математик, философ и теолог. Выдвинул идею арифметической теории действительного числа и доказал теорему Больцано-Вейерштрасса. В "Парадоксах бесконечного" Больцано явился предшественником Кантора в исследовании бесконечных множеств. Дал строгое определение непрерывности функций (через теорию множеств); односторонней непрерывности; описал ее свойства. Доказал, что непрерывная функция может принимать все промежуточные значения. Сформулировал критерий сходимости последовательности числовых рядов. В 1830 году Больцано первым привёл пример непрерывной функции, которая не имеет производной ни в одной точке. Теорема Больцано — Вейерштрасса гласит, что 1) из любой ограниченной последовательности вещественных чисел можно выделить сходящуюся подпоследовательность 2) Из любой неограниченной последовательности можно выделить бесконечно большую подпоследовательность, то есть подпоследовательность, имеющую своим пределом бесконечность определённого знака. В 1817 году доказал, что если множество рациональных чисел ограничено сверху или снизу, то это множество имеет точную верхнюю или нижнюю грань. Вейерштрасс – выдающийся немецкий математик, «отец современного анализа». Ввел понятие предельной точки, всё, что с этим связано. Стал использовать понятия верхней и нижней граней числовых множеств. Работал над достижением верхних и нижних граней. →	26 Пафнутий Львович Чебышев (1821-1894). Возглавил новую петербургскую математическую школу еще при жизни Острогадского. Один из основателей теории вероятности (закон больших чисел, центральная предельная теорема), результаты в механике, теории чисел, числ. методах. Московский университет (физ-мат отделение филфака), где учился у профессора Н.Д. Брашмана. Будучи студентом получил серебряную медаль за вычисление корней уравнений n-ой степени. (1840 год) (работа написана в 1838 год уна 2-м курсе). Это работа в области приближённых вычислений (развитие метод Ньютона) После защитил диссертацию по теор. вер. «Теория сравнений» - 1849. Потом поехал работать в петербургский университет - 1841. Все его работы сугубо прикладные. Результаты по теории простых чисел (диссертации, статьи) Получил строгие результаты по асимптот. распределению простых чисел: функция $\rho(x)$, обозначающая число простых чисел, меньших x, при $x \rightarrow \infty$ ведет себя, как $x/\ln(x)$. Чебышёв аналитическим путем показал, что $a \cdot x/\ln x < \rho(x) < b \cdot x/\ln x$, $a = 0,921$, $b = 1,06$. Тогда существовала гипотеза Бертрана о том, что между двумя какими-то числами (n и $2n$) есть простое число. Чебышёв получил эту гипотезу между делом простым и элементарным способом. (гипотеза о РПЧ) Результаты по теор. вер. и ее обоснованию: разработал метод моментов и доказал предельную теорему для сумм незав. случ. величин, из которой как частные случаи следуют теоремы Бернулли и Пуассона. Используя подход Чебышева его ученик А.А. Марков расширил условия выполнения закона больших чисел и получил теорему, из которой при условии незав. случ. величин следуют результаты Чебышева. →	27. <u>Полиномы Чебышёва</u> Создал теорию наилучшего равномерного приближения функций и сформулировал теорему о необходимых и достаточных условиях наилучшего приближения непрерывной функции многочленом. Рассмотрим максимальное отклонение полинома от функции. Поскольку это величина неотрицательная, то есть нижняя грань, следовательно, есть точная нижняя грань. Имеется в виду нижняя грань максимального отклонения среди всех многочленов n-ной степени. Грань называется наилучшим приближением функции. А сам многочлен, на котором она (грань) достигается, называется многочленом наилучшего приближения функции. Многочлен Чебышёва первого рода $T_n(x)$ характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом $2^n - 1$, который меньше всего отклоняется от нуля на интервале $[-1, 1]$ среди многочленов заданной степени. Впервые рассмотрены самим Чебышёвым. Многочлен в общем виде выглядит как: $T_n = \cos(n * \arccos(x))$. Рекуррентная формула: $T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$, Таким образом: $T_0(x) = 1$; $T_1(x) = x$; $T_2(x) = 2x^2 - 1$; Многочлены Чебышёва обладают следующими свойствами: 1) Ортогональность по отношению к соответствующим скалярному произведению (с весом $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$) →
28 <u>Научная биография А.А.Маркова</u> Марковских было два – отец и сын. Нормальные Алгоритмы Маркова – это сын. Марков, Андрей Андреевич (1856 — 1922) Большой вклад в теор. вер., мат. анализ и теорию чисел. Работал над ЦПТ. В честь Маркова названы цепи Маркова и неравенство Маркова. Аппарат марковских цепей был позже обобщен Колмогоровым. Цепи Маркова и скрытые марковские модели широко используются в СS. Обучался у Чебышёва. 2 марта 1896 года — ординарный академик Императорской Санкт-Петербургской Академии Наук. Он написал около 70 работ по теории чисел, теории приближения функций, теории дифф. уравнений, теор. вер., в том числе 2 классических произведения - "Исчисление конечных разностей" и "Исчисление вероятностей". Марков - первооткрыватель обширного класса стохастических процессов с дискретной и непрерывной временной компонентой, названных его именем. Марковские процессы обладают следующим (марковским) свойством: <i>следующее состояние процесса зависит, вероятностно, только от текущего состояния</i>. Практические применения данной теории чрезвычайно многочисленны. Теория цепей Маркова выросла в огромную и весьма важную область научных исследований — теорию марковских случайных процессов, которая в свою очередь представляет основу общей теории стохастических процессов. Марков довел до ума док-во центральной предельной теоремы для незав. случ. величин. Изучал зав. случ. величин. Матрицы вероятностей. Связанные в цепь состояния. Простые цепи Маркова – состояние системы зависит только от предшествующего состояния. Сложные цепи – от нескольких состояний. Соотношения гласных и согласных в произведениях – получил подтверждения своих теорий. Чебышёв был пионером в приближении многочленами функций, Марков стал пионером в теории Марковских процессов. В общем списке его научных трудов работы по мат. анализу составляют более одной третьей части. Внимание А. А. Маркова привлекали исчисление конечных разностей, теория интерпол. функций, →	29 <u>Научная биография А.М.Ляпунова</u> Занимался теорией дифференциальных уравнений, гидромеханикой, теорией вероятностей. Основные результаты - в теории устойчивости и движения механической системы с конечным числом параметров. В качестве магистерской диссертации решал задачу предложенную Чебышёвым о вращении эллипсоидальных фигур жидкости равновесия для заданной угловой скорости. Ляпунов реализовал лишь первое приближение задачи. Но этот вопрос навёл его на другой — об эллипсоидальных формах равновесия, который и составил предмет его магистерской диссертации. В 1892 защитил докторскую диссертацию “Общая задача об устойчивости движения”. С 1906-1914 публикуется его труд в четырех частях “О фигурах равновесия однородной вращающейся жидкости, мало отличающихся от эллипсоидальных”. Ляпунов изучал равновесие фигур вращающейся жидкости. Изучал образование планет как образование из частиц притягивающейся жидкости. Ввел понятие устойчивости по Ляпунову. Занимался уравнениями в частных производных. Изучал зависимость потенциала от зарядов на поверхности и поверхности Ляпунова. Занимался вопросами теории вероятностей, но в этом больших результатов достиг Марков..	30 Софья Васильевна Ковалевская (1850-1891) занималась астрономией, функц. анализом, теорией потенциала, мат. физикой. Известна своими лит. произведениями (напр., "Нигилистка"), писала стихи, поэмы, общалась с Достоевским. Училась сначала в Кенигсберге, потом в Берлинском университете у Вейерштрасса. За три года работы с Вейерштрассом Ковалевская получила фундаментальный результат о существовании и единственности аналитического решения задачи Коши для дифф. ур. в частных производных. Он известен в математике как теорема Коши - Ковалевской. В это же время она опубликовала результаты исследований по форме колец Сатурна (показала, что имеют яйцевидную форму) и по эллиптическим интегралам (привела к ним абелевы). За эти работы Геттингенский университет по представлению Вейерштрасса присудил ей без защиты степень доктора философии. Ей были найдены условия приведения ультра эллиптического интеграла, содержащего полином восьмой степени, к эллиптическому интегралу первого рода. Ковалевская установила, что уравнения движения твердого тела около неподвижной точки в общем случае не имеют однозначных решений с пятью произвольными постоянными и на всей комплексной плоскости в качестве особых точек содержат только полюса. Затем она нашла, что в некоторых случаях все элементы движения могут выражать через эллиптические функции от времени t. Первые два случая разрешили Эйлер и Пуансон (1), Лагранж (2). Третий случай разрешила сама К., когда центр тяжести тела лежит на плоскости экватора эллипсоида инерции, построенного для неподвижной точки, служащего эллипсоидом вращения и удовлетворяющего условию $A=B=2C$ (A,B,C - главные моменты инерции) Опубликовала работу по преломлению света через кристалл (двойное преломление). Ее заинтересовала задача, которую Берлинская академия наук выставила на конкурсы: →

2) Среди всех многочленов, значения которых на отрезке [-1,1] не превосходят по модулю 1, многочлен Чебышёва имеет: а) наибольший старший коэффициент; б) наибольшее значение в любой точке больше или равной единице 3) нули полинома Чебышёва являются оптимальными узлами в различных интерполяционных схемах. Свертка по полиномам Чебышёва это уменьшение степени приближающего многочлена с помощью вычитания из него наименее отклоняющегося от нуля.	Другой ученик А.М.Ляпунов систематически использовал метод характеристических функций и доказал предельную теорему для условий менее ограничительных, чем Марков. Кроме того, он оценил погрешности, возникающие от замены закона распределения суммы нормальным законом. Благодаря работам Чебышева, Маркова и Ляпунова теория вероятностей - строгий мат. теории. +Асимпт. разложения функций распределения. +Он часто использовал понятие случ. величины В анализе доказал теорему об условиях интегр. дифф. бинома: интеграл $\int x^m (a+bx^n)^p dx$, где m, n, p - рац. числа, выражается через элементарные функции, если $\frac{m+1}{n}, \frac{m+1}{n} + p$ одно из чисел $\frac{m+1}{n}, \frac{m+1}{n} + p$ является целым. Создал теорию наилучшего равномер. прил. функций и сформулировал теорему о необх. и дост. условиях наилучшего прил. непрерывной функции многочленом. Теория интегрирования. Несколько квадратурных формул. Оценки: интеграл f(x)dx интеграл g(x)dx <= (b-a) интеграл f(x)g(x)dx. Интегрирование биномов $(x^m(a+bx^n)^p)$ – доказал, что берется, если p – целое, или (m+1)/n - целое, или (m+1)/n + p – целое. Ввёл многочлен Чебышёва-Эрмита. (используются в теории чисел) Решал различные задачи, связанные с артиллерией. 1878 год – изобретение машины, имитирующей движение животного при ходьбе. Разработал модель инвалидной коляски. 1894 год – умер за письменным столом, работая над очередной теоремой.	Интересовался вопросом приближения функций многочленами. Также разработал непрерывный арифмометр, улучшил преобразование координат. Завершил построение фундамента математического анализа. Сформулировал логическое обоснование анализа на основе построенной им теории действительных чисел и так называемого ϵ-δ-языка. Вейерштрасс доказал, что любая непрерывная функция допускает представление равномерно сходящимся рядом многочленов. Открыл условия сильного экстремума и достаточные условия экстремума, исследовал разрывные решения классических уравнений. Доказал, что поле комплексных чисел – единственное коммутативное расширение поля действительных чисел без делителей нуля. Кантор – создатель теории множеств. Разработал программу стандартизации математики, в рамках которой любой математический объект должен был оказываться тем или иным «множеством». Ввёл понятие взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств, дал определения бесконечного и вполне упорядоченного множеств и доказал, что действительных чисел «больше», чем натуральных. Теорема Кантора, фактически, утверждает существование «бесконечности бесконечностей»
впервые после Эйлера и Лагранжа получила новые результаты в решении задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. Очень многие брались за задачу, никто не мог решить. И тут побеждает анонимная блестящая работа. Математический мир и так был потрясен, а тут выяснилось, что это женщина. Ее результаты были удостоены премий Парижской и Шведской академий наук – 1889 (открытие третьего классического случая разрешимости задачи о вращении твердого тела). Через несколько лет решение этой проблемы удалось существенно продвинуть Ляпунову. Основные сферы исследований: механика, математическая физика, дифференциальные уравнения. Основные достижения в теории вращения твердого тела. Открыла третий классический случай разрешимости задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. Доказала существование аналитического решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений с частными производными. Получила второе приближение в задаче о равновесии колец Сатурна. В 1891 умерла от воспаления легких.	29	экстремальные задачи в функциональных пространствах, теория ортогон. мн-ов, квадратурные формулы, дифф. ур-я, теория функций, наименее уклоняющихся от нуля, и другие вопросы. Классические работы П. Л. Чебышева и А. А. Маркова о предельных величинах интегралов составили основы теории моментов и теории экстремальных задач в функциональных пространствах. Развил теорию моментов и теорию приближения функций, а также аналитическую теорию непрерывных дробей. Ученый широко использовал непрерывные дроби для приближенных вычислений в теории конечных разностей, интерпол. и т. д. Вопросы улучшения сход. рядов. Результаты по оценкам производных многочленов. Если максимум на отрезке не превосходит N, то модуль производной этого многочлена меньше или равен $N^2 n^2 / (b-a)$. Таким образом можно получить и производные высоких степеней. Работ по теории чисел у А. А. Маркова сравнительно немного — 15, но они имеют непреходящее значение для этой теории. Сюда относится прежде всего магистерская диссертация «О бинарных квадратичных формах положительного определителя» (1880). Диссертация посвящена проблеме арифм. минимумов неопр. бинарных квадратичных форм. В последующих статьях рассм. проблема арифм. минимумов неопр.х тернарных и кватернарных квадратичных форм. Он вывел принцип, эквивалентный понятиям несмещенных и эффективных статистик, которые получили теперь широкое применение. Марков отлучён от церкви по собственному прошению (письмо митрополиту, что не видит отличий между идолами и иконами) Умер от голода в Петрограде в 1922 году.

31 Логицизм Логицизм — одно из направлений в основаниях математики, ставящее целью обосновать математику путем сведения ее исходных понятий к понятиям логики. Мысль о сведении математики к логике высказывалась еще Лейбницем в конце 17 в. Практическое осуществление логистического тезиса было предпринято в конце 19 — начале 20 вв. в работах Фреге, Уайтхеда и Рассела. Взгляд на математику как на часть логики обусловлен тем, что любую математическую теорему в аксиоматической системе можно рассматривать как некоторое утверждение о логическом следовании. Попытка сведения натуральных чисел к логическим понятиям была предпринята Г. Фреге. В интерпретации Г. Фреге натуральные числа были кардинальными числами некоторых понятий. Однако система Фреге не свободна от противоречий. Это выяснилось, когда Бертран Рассел обнаружил противоречие в канторовой теории множеств, пытаясь свести ее к логике, которое отображено в парадоксе Рассела: <i>«Если множество содержит все свои подмножества, то содержит ли оно само себя?»</i> Однако построение математики на основе теории типов потребовало принятия аксиом, которые неестественно считать чисто логическими. К ним относятся, например, аксиома бесконечности, которая утверждает, что существует бесконечно много индивидов, то есть объектов наинизшего типа. Курт Гёдель показал, что никакая формализованная система логики не может являться адекватной базой математики, поскольку нельзя доказать непротиворечивость ни одной полной аксиоматической системы.	32 Философские направления в математике: интуиционизм — система фил. и мат.х идей и методов, связанных с пониманием математики как совокупности «интуитивно убедительных» умственных построений. С точки зрения интуиционизма, основным критерием истинности математического суждения является интуитивная убедительность возможности проведения мысленного эксперимента, связываемого с этим суждением. Поэтому в интуиционистской математике отвергается теоретико-множественный подход к определению математических понятий, а также некоторые способы рассуждения, принятые в классической логике: исчезают законы двойного отрицания и исключенного третьего, поэтому становятся возможными только конструктивные доказательства. При построении интуиц. мат. обычные логические связи, употребляемые для формулировки мат. суждений, истолковываются способом, отличным от классического. Любое суждение считается осмысленным, только если оно выражает возможность некоторого умственного построения, и считается истинным, только если исследователю удалось выполнить соответствующее построение. Так, утверждение, начинающееся с квантора существования, означает наличие способа мысленного построения искомого объекта. Дизъюнкция суждений А и В означает возможность непосредственно указать среди этих суждений верное. С этой точки зрения, суждение вида может и не быть истинным, если проблема А не решена к настоящему времени. Последователи - Гаусс, Кронекер, Пуанкаре, Лебег, Э.Борель. →	33 Формализм Формализм — направление в математике, пытающееся получить решение проблем основания математики при помощи формально-аксиоматических построений. Формализм возник в начале XX века на основе проблем поставленных нем. математиком Гильбертом. Выход из кризиса оснований математики, в противоположность интуиционизму, ищется в строго разработанном формализованном аксиоматическом методе. Символы и действия над этими символами. Главный тезис — полнота и непротиворечивость. Но тут опять теорема Гёделя: нельзя доказать непротиворечивость ни одной полной аксиоматической системы. Тем не менее вся математика идет по пути Гильберта. В отличие от логицизма, формализм не претендовал на построение единой формальной теории для всей математики. И в отличие от интуиционизма, формализм не отказывался от построения теорий с сомнительными с точки зрения интуиции основаниями. Главное, чтобы правила вывода теорем были строго обоснованы. То есть, формалисты отрицают доказательство от противного. Формализм отрицает доказательство от противного - только обоснованные и конструктивные доказательства.
34 Теоретические основы современных компьютеров (Тьюринг, Фон Нейман) Алан Тьюринг (1912 – 1954): Тезис Чёрча-Тьюринга. Любая функция, которая может быть вычислена физическим устройством, может быть вычислена машиной Тьюринга Криптография. Тьюринг помогал взломать код Энигмы. Построен первый программируемый компьютер Колоссус, который базировался на концепции универсальной машины, потенциальной скорости и надёжности электронных технологий, неэффективности разностных машин для различных логических процессов. Шифр-код был расшифрован в 1943, затем все ком-ры разрушены - Черчилль. Колоссус Под рук-м Алана Тьюринга была построена спец.я ЭВМ Colossus. Она насчитывала 2000 радиоламп и обрабатывала 25000 симв./с В Bletchley Park под Лондоном организована сверхсекретная криптоаналит. лаборатория для расшифровки немецких военных шифров, используемых в шифровальной машине Enigma. Основатель направления ИИ. Тест Тьюринга опубликован в 1950 году. Человек обменивается сообщениями на ЕЯ с двумя собеседниками (чел. и ИИ). Если человек не может определить кто есть кто, то считается что ИИ прошёл тест. Переписка должна производиться через контролируемые промежутки времени. Тьюринг оценил, что программы в 2000 году пройдут тест, но пока не подошли даже близко MT. Проблема самоприменимости MT. Универсальная MT Первая работающая ЭВМ ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Calculator) была создана в 1945 г. в Пенсильванском университете. Длина 26 м, высота 6 м, масса 30 т. 18 000 ламп, 1500 реле, потребляемая мощность 150 квт. Понятие «архитектура ЭВМ» связано с именем выдающегося математика XX столетия Джон фон Нейман (Neumann, John von; 1903-1957) Принципы фон Неймана схожи с принципами аналитической машины Бэббиджа, фактически с нее списаны. Работы в квантовой физике, функц. анализе, теории множеств. Создатель теории игр и →	35 Развитие языков программирования Наиболее активный период разработки языков и систем программирования приходится на 1960-е годы. Fortran = FORMula TRANslator. __Первый высокоуровневый язык программирования Fortran был разработан в фирме IBM под руководством Джона Бэкуса. BASIC = Beginners All-purpuse Symbolic Instruction Code. Язык Basic был разработан в 1964 г. в Дармутском колледже в г. Ханovere Авторы языка Basic - Джон Кемени (1926-1993), Томас Курц (р. 1928). COBOL = Common Business-Oriented Language. Идеологический предшественник Java. Независим от оборудования. Программы не зависят от данных. Синтаксис приближен к английскому. ALGOL = ALGOritmic Language. __Синтаксис Алгола-60 сформировал стандарт для всех последующих языков программирования: машинная независимость, формальный синтаксис, описание переменных и блочная структура, рекурсия. После ALGOL'a Никлаус Вирт разработал простой алголоподобный язык Pascal. PL/1 = Programming Language One Язык PL/1 был частью амбициозного проекта IBM S/360, он создавался в спешке и представлял собой механическую смесь идей из многих языков. Критики сравнивали его с елкой со множеством украшений. Язык Си (C) был создан Деннисом Ричи (1941-2011) в 1973 году в Bell Labs в ходе разработки операционной системы UNIX. Бьярн Страуструп (р. 1950) ввел в язык C объекты и превратил его в C++. Lisp = List Processing. Язык Lisp создан в 1960 году Джоном Маккарти. →	

33	Брауэр (1881-1966) В основе его критики вопрос о природе мат. объектов и суждений о них. Так, произвол. нат. число может быть постр. в виде последов. ряда однородных предметов, например, ряда точек. А построив некоторое нат. число, можно построить затем и следующее, добавив к уже построенному ещё одну точку. Поэтому природа нат. чисел является интуитивно ясной. Однако наряду с такими объектами в классической математике рассматриваются и объекты с интуитивно неясной природой, например, «множество всех натуральных чисел» С ними не связывается никакого способа их мысленного построения, и потому их действительное существование представляется сомнительным. Одним из источников появл. таких объектов являются теоремы чистого существования, в которых наличие искомого объекта утверждается лишь на основе формального опровержения гипотезы о его невозможности. фундамент таких теорем составляет представление об абсолютной непогрешимости законов классической логики. => Законы класс. логики возникли в результате рассм. конеч. сов., при работе с которыми док-тво чистого сущ. заведомо может быть дополнено эффект. способом построения искомого объекта — полным перебором. Брауэр Рушил закон исключенного третьего – т.е. все доказательства от противного. Для более ясной формулировки интуиционизма последователь Брауэра А. Гейтинг создал интуиционистскую логику. Марков-младший (алгоритм Маркова) - конструктивист. Есть только та математика, где объект может быть построен.	31
	Основные парадигмы программирования: процедурное программирование (Fortran, Basic, Cobol, Algol, Pascal, Ada, C, Logo, FoxPro); объектно-ориентированное программирование (Simula, Smalltalk, Object Pascal, C++, Java, C#); визуально-событийное программирование (Visual Basic, Delphi, Visual C++, Visual Java, Visual FoxPro); функциональное программирование (Lisp, Рефал); логическое программирование (Prolog). Дейкстра – нидерландский ученый, труды которого оказали влияние на развитие информатики и информационных технологий. Был сторонником структурного программирования и активным противником оператора GOTO. Разработал алгоритм дейкстры и участвовал в комитете по стандартизации ALGOL 60. Создал концепцию семафоров, как примитивов асинхронного программирования.	теории клеточных автоматов. Из статьи: Так как законченное устройство будет универсальной вычислительной машиной, оно должно содержать несколько основных органов, таких как орган арифметики, памяти, управления и связи с оператором. Мы хотим, чтобы после начала вычислений работа машины не зависела от оператора. Основные черты классической фон-неймановской архитектуры ЭВМ Машина должна состоять из следующих основных блоков: <i>арифметического устройства, оперативной памяти, устройства управления, устройства ввода, устройства вывода, устройства внешней памяти;</i> Команды программы должны храниться в оперативной памяти, откуда они послед. выб.я и вып.арифм.устройством, система команд должна иметь операции усл. и безусп. передачи управления. Команды должны рассм. как обычные данные, т.е. программа должна иметь возможность модифицировать себя в процессе вычислений; Команды и данные должны храниться и обрабатываться в двоичной системе счисления. Первая ЭВМ с хранимой программой EDSAC (Electronic Delay Storage Automatic Calculator) была построена в Англии в 1949 г. под руководством Мориса Уилкса. Другие значимые достижения Фон Неймана: Квантовая физикаФункциональный анализ Теория множеств Создатель теории игр Создатель теории клеточных автоматов